澳門、內地、中國台灣三地 高考數學試卷的比較研究

文・綦春霞　陳立雪

一、問題的提出

近些年來，海峽兩岸及港澳地區都十分注重在教育領域的合作，兩岸四地聯合舉辦學術交流會，互派考察團與訪問學者，互邀專家講學，還興起了聯合辦學、聯合招生的熱潮。這使得地區之間在高考命題的內容和價值取向上呈現出多元化的局面。

內地關於高考的研究比較多，但缺乏對澳門、中國台灣和內地作比較的探討，而具體到針對高考試卷的比較研究更是少之又少。事實上，內地各省的高考儘管已經開始單獨命題，但指導命題的考試大綱是統一的，考生報考的範圍也是一樣的，因此高考對於考生的要求也是大同小異的。然而，不同背景下針對同一地區招生的高考更能體現出試題的多樣性。針對這種形勢，本文研究了各地面向澳門地區招生的數學試卷，希望從中得出一些有參考價值的結論。筆者在研究過程中，結合內地與澳門的數學考試大綱，綜合比較了近三年到五年的三類試卷(澳門本地區招生卷、內地面向華僑及港澳台地區招生卷以及中國台灣面向港澳地區招生卷)，希望從試題的結構、內容、難度三個方面比較其三者的共性與差異。

二、研究方法

1、研究對象

由於考慮到客觀性，以及解決問題的方便，本文選擇三地的理工類數學試題作為研究對象。

研究過程中，對澳門地區近幾年的試題內容進行了縱向比較，但主要是對三地試卷的橫向對比，對比的方面包括試題的設計、內容、難度等方面。

2、研究工具

1) 試題設計分類

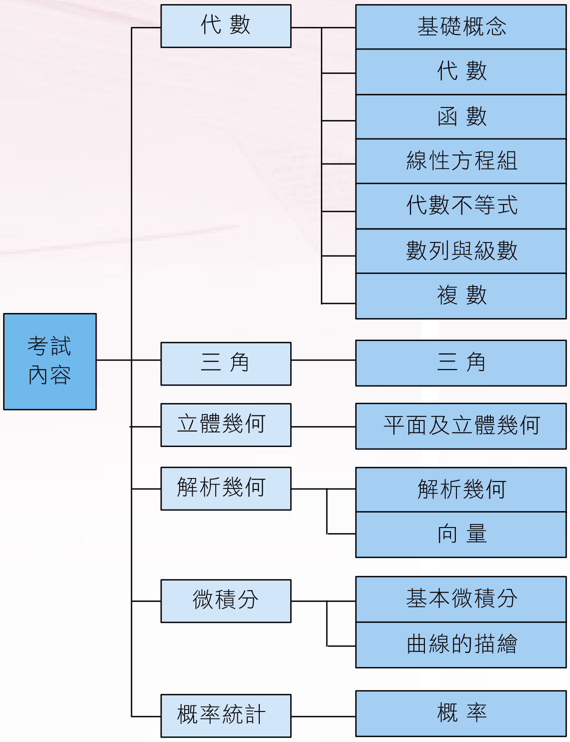
在對試題設計的比較上，根據三份試題的總體情況，把題型分為選擇、填空、解答三類，其中解答題又分為選答題與必答題。

2) 試題內容標準

在確定試題的內容標準時，由於中國台灣地區試題的知識覆蓋面比較窄，因此研究者主要結合了內地和澳門兩套考試大綱作為參照。澳門大學的數學科目大綱劃分了十四個平行知識點，而內地對港澳台地區的招考數學大綱包含了超過三十個小知識點，並把它們歸為六大類。在制定試卷的內容維度的時候，研究者整合了這兩套大綱，把澳門大綱中的十四個知識點分別劃入內地大綱的六個知識面中(如圖1)，以確保試題內容與知

識維度能夠較好地胳合。其中“基礎概念”方面主要包括集合、實數系統、數學歸納法等內容，“代數”方面主要包括方程、多項式、分式、二項展開、指數、根式、對數等內容。這種劃分係參考澳門大學2005年數學A科目大綱。

〔圖 1〕 高考數學知識點的劃分



這種劃分並不是絕對的，在考題中，同一個知識面下面的知識點在出題過程中經常有交叉和綜合，不過也有一些跨知識面綜合的題目，最典型的就是複數和三角的綜合，有關複數的題目絕大部分都涉及三角函數的運算。

3) 試題難度量表

在對難度的分析上，比較對象選取的是2005年的三份試題。在制定單個題目的難度量表時，首先應該確定影響難度的幾個因素。

在對數學課程難度的研究中，鮑建生先生把“探究”、“背景”、“運算”、“推理”和“知識含量”作為比較初中數學課程綜合難度的五個難度因素[1]。筆者認為，在本研究中直接套用這個模型並不合適的，具體原因有以下兩點：

第一，本研究的比較對象是高考試題，與初中數學課程相比，高考已經是一項考核而非學習過程，具體題目基本不涉及“探究”的問題。

第二，在高考級別的測試中，題目的難度比初中教材中的例題、習題要大得多，不僅考查學生對陳述性知識的識記，還對解題能力提出了很高的要求，其中包含的數學思想方法與思維方式不能簡單歸結為“知識含量”或者“運算”、“推理”的範疇。

此外，考試題型對難度的影響並沒有作為一個獨立的因素，這是考慮到題型的難度在分值設計上已經有所體現。

鑒於以上原因，筆者確定出“知識含量”、“解題技巧”、“運算”、“推理”以及“背景”五個難度因素，每個因素又分別劃分為以下幾個水準(表1)：

[表 1] 試題難度因素的水準劃分及賦值

難度因素	水準劃分/賦值		
知識含量	單個知識點/1	知識點平行/2-3	知識點融合/4-5
解題技巧	無技巧/1	簡單技巧/2-3	複雜技巧/4-5
運 算	無運算/1	簡單運算/2-3	複雜運算/4-5
推 理	無推理/1	簡單推理/2	複雜推理/3-5
背 景	無背景/1	常識性背景/2-3	學科交融背景/4-5

水準賦值的範圍為1-5的自然數，其中知識含量的賦值根據題目涉及的知識點個數與融會情況決定；解題技巧因素的“無技巧”水準包括機械運算、套用現成公式等，“簡單技巧”包括變形、代換、列方程的思想以及題目中指定的特殊解題方法(如題目指定或提示使用數學歸納法、添加輔助線)等，“複雜技巧”包括題目中未提示的解題方法、數學思想或者多種技巧的混合；運算因素的“簡單運算”水準包括數值運算與簡單符號運算，“複雜運算”水準主要指複雜的符號運算。

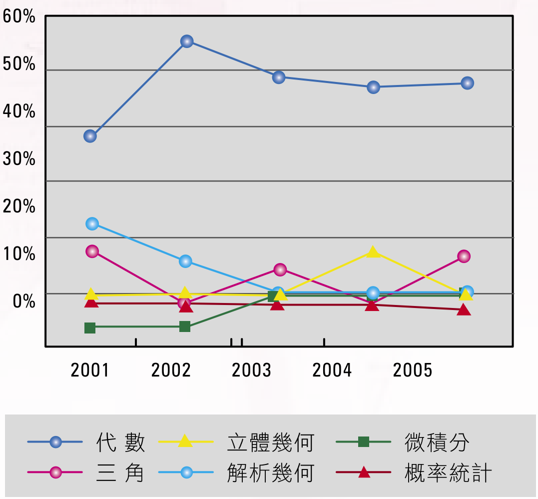
計算試卷整體的難度時，採用了加權平均的方法：以每道題的分值百分比作為權重，對所有題目的五個難度因素分別計算加權平均數求得到整體的五項難度。

三、結果分析

1. 對澳門近年本土數學試卷的分析

在對澳門本土試卷的研究過程中，筆者分析了澳門大學最近五年的入學試題。在知識面所佔的分值上有以下發展狀況圖：

[圖 2] 澳門近五年考題分值分佈

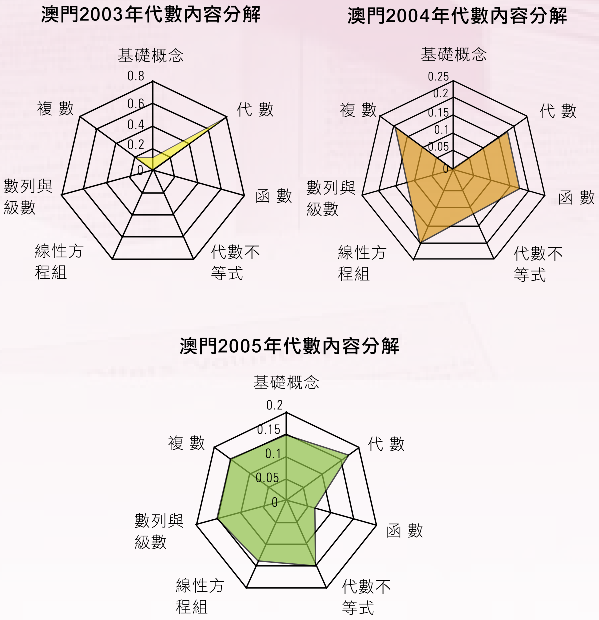


從圖中可以看出，代數部分在歷年考試中大約都佔有50%的分值。解析幾何的比例有所下降，取而代之的是新內容微積分，而概率統計所佔的份量一直穩定在10%左右。三角部分的分值雖然偏低，但是在代數的複數部分應用較多。

圖2中，三角和立體幾何出現了波動的折線，筆者分析，這主要是因為澳門試題的題量不大，而命題與知識點又有較明顯的對應性，綜合性水準不高，所以一道題的差別就對整體分值有較為顯著的影響，因此這些波動並不足以得出進一步的結論。

由於代數內容一直佔有50%左右的分值比例，因此有必要對這部分內容進行較深入的分析。對比2003、2004、2005三年的代數內容(如圖3)，可以看出，澳門大學在招生過程中開始注意知識點的分布與均衡覆蓋。

[圖 3] 澳門03、04、05年高考代數內容分解



2. 對三地數學考卷的比較與分析

1) 題 型 與 題 量

對三份試卷的題型與題量分析，選取了2005年試卷作為參照。比較結果如下[表2]：

[表2] 2005年三地高考題型題量比較

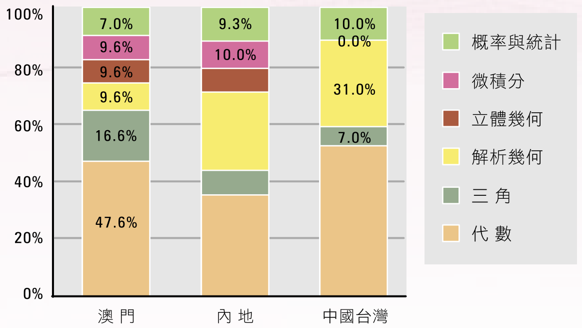
		澳 門	內 地	中國台灣
選擇題		——	12題×5分=60分	10題×7分=70分
填空題		——	8題×4分=32分	——
解答題	選答題	7題×7或8分=52分	2題×15分=30分	3題×10分=30分
	必答題	5選3×16分=48分	3選2×14分=28分	——
總題量		10	24	13
總分值		100	150	100
時間(分鐘)		120	120	90

總體說來，內地試題的題量偏大，小題目多，對知識點的考查比較細緻和繁瑣。澳門試題由於都是解答題，因此對學生能力的考查相對而言比較嚴格和準確，避開了客觀題盲點。

(2) 分 值 分 佈

在研究三地試題的分值分布問題時，選取了最近一年，即2005年考題作為樣本。比較結果如下圖(近三年的分值分佈資料可以參考附表1) ：

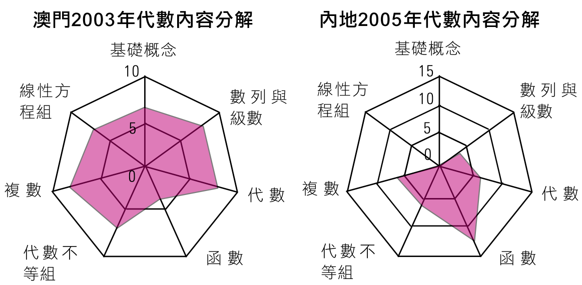
[圖 4]　2005年三地高考分值分布

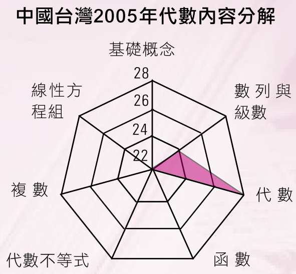


從圖中較易看出，澳門和內地考題的知識點結構差不多，主要在於解析幾何與代數的分配上有較大差異。中國台灣試題的知識點明顯比前兩者少，沒有立體幾何與微積分的內容，這在後面的分析中會進一步探討。

代數作為一個較大的知識面，在三地考題中均佔有較大比例。因此有必要比較三份試卷中代數內容的細節，研究者按照知識點分布把代數部分分為七個方面進行比較：

[圖 5]　2005年三地高考代數內容分解



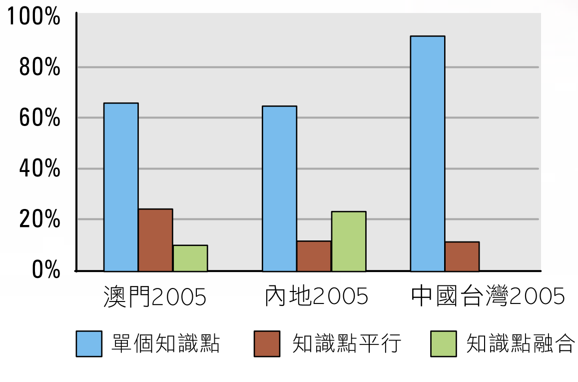


容易看出，澳門本土試題的知識分布比較均勻。當然，這與前面選擇的分類方向有一定關係。內地試題重點偏向函數部分，事實上，函數也一直是大陸本土高考的重點與難點之一。而中國台灣試題則明顯表現了知識點少。從其代數內容分布的兩個方向來看，這套試題的考查內容相對於前兩套試題而言較重基礎，知識點偏少，內容的難度也不大。

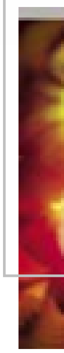
3) 難 度 比 較

對五個難度因素的水準比較結果如下[圖6-10] 。

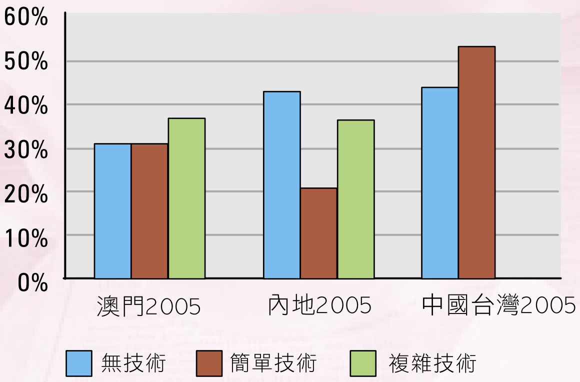
〔圖 6〕2005年三地試題在知識含量上的比較



在知識含量上，三份試題都以包含單個知識點的題目居多。包含多個知識點的題目，澳門與內地在比例上較為接近，前者偏重平行而後者偏重融合，中國台灣最少且均以平行知識點的方式命題。

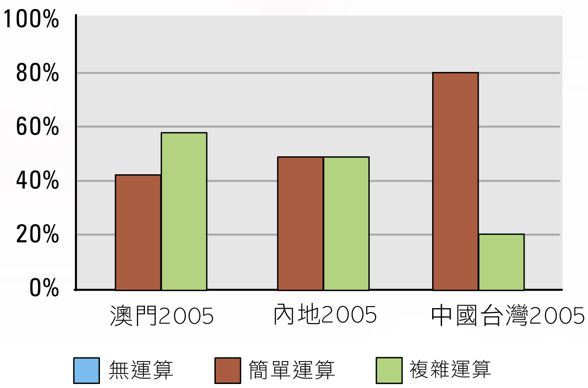


[圖 7] 2005年三地試題在解題技巧上的比較



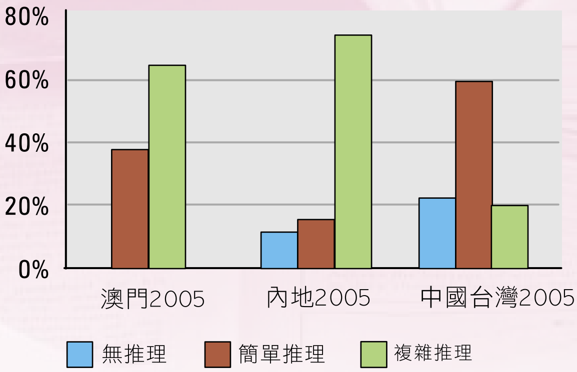
在解題技巧上，澳門試題分布較平均，主要技巧包括代換、數學歸納法等；內地試題在技巧上呈現“V”型分布，偏重機械運算的基礎題目和複雜技巧，值得一提的是，這些複雜技巧包括數形結合的思想，而且在題幹上沒有任何提示，要求學生在對知識融會貫通的基礎上還必須具備較高的形象思維能力；中國台灣試題在技巧上也顯得比較簡單，涉及的技巧主要是一些恆等變形。

[圖 8] 2005年三地試題在運算上的比較



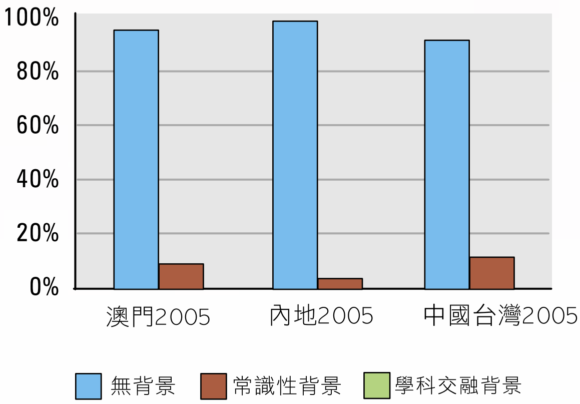
在運算能力上，總體而言，還是中國台灣試題偏簡單，表現為套公式和基礎運算較多，澳門和內地試題則在運算量和運算難度(主要是符號運算的難度)上要求較高。

[圖 9] 2005年三地試題在推理上的比較



在推理能力上，其結果顯示，澳門試題沒有“無推理”類型，筆者分析，這是因為該卷只有解答題，因此沒有專門針對基礎概念的小題；內地試題的“複雜推理”比例最大，這主要體現為關鍵推理步驟多，要求考生對題目有極好的整體把握，否則就像鑽進迷宮，很容易失去頭緒。

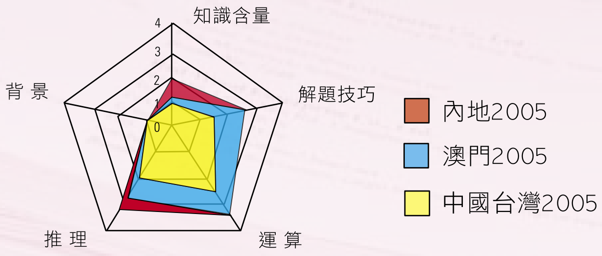
〔圖 10〕 2005年三地試題在背景上的比較



在解題背景方面，三份試卷的表現都不盡如人意，幾乎所有題目都是“數學，所以數學”的架勢，僅僅各有一道概率題目勉強能與“背景”扯上關係。儘管如此，筆者認為，命題背景是正在被關注也是應該被關注的一個方面，因此仍在結果中保留這一維度。

對試題整體難度的比較結果如圖11。

[圖 11] 2005年三地高考難度比較



從上圖可以看出，三份試卷難度的側重方向基本一致，都以運算、推理、解題技巧作為提升難度的主要手段。澳門和內地試題在難度的平均水準上相差不大，而中國台灣試題的難度則明顯偏低。筆者分析，澳門和內地的整體難度之所以如此接近，和兩份試題的結構有一定關係。澳門試題的所有題目都是解答題，而內地試題超過60%是選擇與填空題，相比之下解答題的難度水準偏高，因此在平均難度上兩份試題非常接近。

4) 典型難題分析

上面的比較在一定程度上反映了三份試題的整體難度，但是針對具體知識點，考試的要求還是有所區別，因此，筆者在附表2列出了三份試卷針對各個知識點的典型題目。下面分別選取三份試題中一道難度較大的題目進行分析。

題 目 1：(澳門 2005)

10.(a) 曲線 C:$y=x^3+1$在點 $(-1,0)$ 的切線與曲線C有另一交點。求由曲線C與上述切線所包圍的區域之面積。(10分)

(b) 設 $f(x)$ 為多項式， 其次數 $n\geq 2$。證明 $(x-a)^2$ 可整除 $f(x)$ 當且僅當 $f(a)=0$ 及 $f'(a)=0$。(6分)

分 析： 這道題目從表述上可以看出是一道涉及多個知識點的綜合性題目。下面是命題方 提供的解題思路：

(a) 通過求導解出切線方程為 $y=3x+3$，因此區域面積為：$\int_{-1}^{2}(3x+3)-(x^3+1)dx=\frac{27}{4}$；

(b) 若 $(x-a)^2$ 整除 $f(x)$，則存在多項式 $g(x)$ 使得 $f(x)=(x-a)^2g(x)$，顯然 $f(a)=0$；而 $f'(a)=(x-a)[2g(x)+(x-a)g'(x)]$，因此 $f'(a)=0$；

反之，根據因式定理，由 $f(a)=0$ 可知 $f(x)=(x-a)h(x)$；直接對它求導，可得 $f'(x)=h(x)+(x-a)h'(x)$；$f'(a)=0$ 故 $h(x)=(x-a)p(x)$，故 $f(x)=(x-a)^2p(x)$。

事實上，這道題主要考查的知識點是微積分，曲線與多項式提供了微積分的應用背景。題目的計算並不困難，不過證明的方法很巧妙，也是微積分證明的一道典型題目。

題 目 2：(內地 2005)

(24) 求函數 $f(x)=5x-4\sqrt{x^2+x}(x\geq 0)$ 的單調區間和值域。(15分)

分 析： 這道題的表述很簡單，乍看是一道關於函數的題目，似乎難度並不大，但是一旦著手做就會發現用函數的知識來解題是很棘手的。如果是選擇題或許可以憑直覺或試解找到答案，但解答題要求具有嚴格的推理步驟。下面筆者提供一種解題思路：

對 $f(x)$ 求導得 $f'(x)=5-\frac{4x+2}{\sqrt{x^2+x}}(x>0)$；由 $f'(x)\geq 0(x>0)$ 解得 $x\geq\frac{1}{3}$，因此單調增區間為 $[\frac{1}{3},+\infty)$，單調減區間為 $[0,\frac{1}{3}]$；結合函數在單調區間的圖像走勢，最小值為 $f(\frac{1}{3})=-1$；考慮最大值時，$f(0)=0$，而 $x\to+\infty$ 時，$f'(x)\to 1>0$，所以 $f(x)\to+\infty$，因此函數的值域為 $[-1,+\infty)$。

可以看出，這道題的解法包含很多思維步驟，而幾乎每一步又都包含比較繁瑣的運算，題目涉及的知識點也比較多，而且環環相扣，要求學生對這些知識點運用自如。

題目 3：(中國台灣 2005)

二、1.設$L=\sum_{k=2}^{n}\log_2(1-\frac{1}{k^2})$，證明：$-1<L<0$。

分 析：這道題看起來比較難，是一道以計算為主的題目，涉及較多的　等變形。下面筆者提供一種證明方法：

證 明：化簡 L 的運算式，有：

$$
\begin{aligned}
L&=\sum_{k=2}^{n}\log_2(1-\frac{1}{k^2})=\sum_{k=2}^{n}\log_2(\frac{k+1}{k}\cdot\frac{k-1}{k})\\
&=\sum_{k=2}^{n}(\log_2\frac{k+1}{k}+\log_2\frac{k-1}{k})=\log_2\prod_{k=2}^{n}\frac{k+1}{k}+\log_2\prod_{k=2}^{n}\frac{k-1}{k}\\
&=\log_2\prod_{k=2}^{n}\frac{k+1}{k}+\log_2\prod_{k=2}^{n}\frac{k-1}{k}=\log_2\frac{n+1}{2}+\log_2\frac{1}{n}\\
&=\log_2(1+\frac{1}{n})-1
\end{aligned}
$$

因為 $1<1+\frac{1}{n}<2$，所以 $0<\log_2(1+\frac{1}{n})<1$，所以 $-1<L<0$。(證畢)

可以看出，這道看起來很難的題實際上主要是運算，涉及的知識點雖然不少但是並不深，而且這些知識點之間並沒有緊緊相扣的邏輯關係。

四、結論

本研究通過分析近年來針對澳門地區的三份高考題，得出了以下結論：

(1)高考的知識容量在增加，澳門試題知識點分布較平衡。這種趨勢體現在兩個方面，一是澳門近年高考內容的發展趨於新舊知識點的平衡，二是在三份試卷的對照中，澳門卷的知識點分布最平衡。

(2)在題目的整體難度上，內地最高，澳門略次，中國台灣最低。三份試卷的難度主要集中在運算、推理、解題技巧三個方面，對題目背景的關注較少。

小資料：
本文由澳門數學校本課程研究課題組研究，北京師範大學教育學院綦春霞教授及陳立雪教授執筆。課題組由澳門中葡職業技術學校，聖公會澳門蔡高中學以及北京師範大學組成。

【註】

1 見參考文獻[4]

【參考文獻】

[1] 中華人民共和國教育部考試中心。中華人民共和國普通高等學校聯合招收華僑、港澳地區、中國台灣省學生入學考試理科考試大綱[Z]。北京：高等教育出版社，2005：21-35。

[2] 李巧萍。〈內地、澳門教育交流與合作發展現狀〉[J]。《現代教育論叢》，2004，(4)：31-34。

[3] 陳振宣，楊象富。〈1994年中國台灣、大陸高考數學試題比較〉[J]。《中學數學(湖北)》，1994，(9)：38-39。

[4] 鮑建生。〈中英兩國初中數學期望課程綜合難度的比較〉[J]。《全球教育展望》，2002，(9)：48-52。

[5] 楊思源。〈2005年全國卷(I)與上海卷比較分析〉[J]。《上海中學數學》，2005，(7、8)：6-7。

[6] 儲瑞年，王建民，王珍，丁益祥。〈2005年高考數學試卷的分析〉[J]。《中國考試》，2005，(11)：23-38。

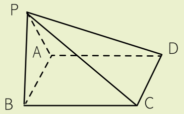
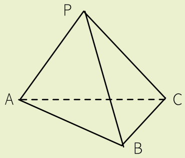
[7] 張奠宙。〈澳門數學教育觀感〉[J]。《數學教學》，2004，(6)：4-5。

附表1：
三地近三年高考分值分布

知識面	知識點	澳門數A			內地理組			中國台灣理組		
		03	04	05	03	04	05	03	04	05
代數	基礎概念	6		7		3				
	代數	33.6	8	8	6	6	6	21	28	28
	函數		8		12	13	12.67		10	
	線性方程組		9.6	9.6	8	3				
	代數不等式		6	7	3	3	6			
	複數	9.6	9.6	8	18	6	3.33			
	數列與級數		6	8	3	6	6.22	17	7	24
	總分	49.2	47.2	47.6	50	40	40.88	38	45	52
三角	三角	14	8	16.6	9	18.67	9.33	24	14	7
	總分	14	8	16.6	9	18.67	9.33	24	14	7
立體幾何	平面及立體幾何	9.6	17.6	9.6	9.67	9.67	9.55	7		
	總分	9.6	17.6	9.6	9.67	9.67	9.55	7	0	0
解析幾何	解析幾何	9.6	9.6	9.6	21.33	22	24.89	31	31	31
	向量				3	6.67	2.67			
	總分	9.6	9.6	9.6	24.33	28.67	27.56	31	31	31
微積分	基本微積分	9.6	7.2	9.6			10			
	曲線的描繪		2.4							
	總分	9.6	9.6	9.6	0	0	3.33	0	0	0
概率與統計	概率	8	8	7	6	3	9.33		10	10
	總分	8	8	7	6	3	9.33	0	10	10

附表 2：
三地近兩年高考典型題目(按知識點劃分，以05年為主，04年為補充)

	知識點	澳門數A	內地理組	中國台灣理組
代數	基礎概念	(2005年)4.用數學歸納法，證明對於 $n=1,2,3,\dots$, 以下等式成立：(7分) $1\cdot n+2(n-1)+3(n-2)+\dots+(n-1)2+n\cdot 1=\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$		
	代數	(2005年)7. 已知關於x的方程 $[\log_{10}(ax)][\log_{10}(ax^2)]=4$ 有解， 且所有解都大於1. 求a 的取值範圍.(8分) [提示：設 $u=\log_{10}x$. 把上述方程改寫成以u為未知量的二次方程.]	(2005年)(19)用 x^2+x+1除多項式 $x^5+2x^4-x^3+x+1$，餘式為 ________. (4分)	(2005年)1.若 $f(x)$ 為一多項式， 以 x-2 除之， 餘4； 以 x-3 除之， 餘5； 若以 x^2-5x+6 除之，得餘式為ax+b；則a+b= ________. (7分)
	函數	(2004年)2.設a為正數及 $f(x)=\frac{e^x}{a}+\frac{a}{e^x}$ 為偶函數(即 $f(-x)=f(x)$). (a)求數 a. (4分) (b)證明f(x)在$\{x: x>0\}$上是增函數.(4分)	(2005年 (24)求函數$f(x)=5x-4\sqrt{x^2+x}\,(x\geqslant 0)$的單調區間和值域.(15分) (此題可以用微積分的知識進行求解——筆者注)	(2004年)1.試證明：$x^5-x^2-1=0$ 恰有一實根， 且此實根在1與2之間. (10分)
	線性方程組	(2005年)12.(a)因式分解行列式 $\begin{vmatrix} 1 & a^2 & (b+c)^2 \\ 1 & b^2 & (a+c)^2 \\ 1 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$ (7分) (b)(i)求以下方程組的通解： $\begin{cases} x-2y+z=1 \\ 3x-y-2z=8 \end{cases}$ (4分) (ii)利用(b)(i)的通解，說明對任意實數 k，方程組 $\begin{cases} x-2y+z=1 \\ 3x-y-2z=8 \\ \log_{10}x+\log_{10}y+\log_{10}z=k \end{cases}$ 都有唯一解. [提示：考慮適當的函數的圖像.] (5分)		
	代數不等式	(2005年)1.設a 及b 為正數，且a+b=1 . (i)證明 $ab\leqslant\frac{1}{4}$.(2分) (ii)求 $(a+\frac{1}{a})(b+\frac{1}{b})$的最小值.(5分)	(2005年)(14)若不等式 $x^2-ax+5<0$ 與 $1<x<b$ 同解，則 a+b 的值為 ______. (4分)	
	複數	(2005年)6.設複數 $z=x+iy$ 滿足方程 $\left\|\,\|z+2\|-\|z-2\|\,\right\|=2$ (i)把上述方程化為直角坐標方程. (6分) (ii)在複平面上繪出滿足方程的圖形. (2分)	(2005年)(5)設複數 $w=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$， 則 w-1= (A) w^2 (B) $\frac{1}{w^2}$ (C) $-w$ (D) $\frac{1}{w}$ (5分)	
	數列與級數	(2005年)5.設$\{a_k\}$為一等差數列.已知 $a_1+a_2+a_3=33$, $a_{n-2}+a_{n-1}+a_n=153$ 及 $a_1+a_2+\dots+a_n=403$, 其中n是某個正整數. (i)求數 n.(4分) (ii)求數列的首項 a_1 及公差 d.(4分)	(2005年)(21)設數列 $\{a_n\}$ 的首項 $a_1=1$, 且 $\{a_{n+1}-a_n\}$是首項為3公差為2的等差數列，求通項 a_n. (14分)	(2005年)4. $1\cdot 2+2\cdot 3+\dots+29\cdot 30=$ ____________. (7分) 1. 設 $L=\sum_{k=2}^{n}\log_2(1-\frac{1}{k^2})$證明: $-1<L<0$.(10分)

三角	三角	(2005年)2.已知：l_1:(cos θ)x + (sin θ) y = 1和 l_2:(cos3 θ)x+(-2sin θ)y=-1在直角坐標平面上為平行直線,其0≤ θ <π,求θ值.(7分)	(2005年)(2)設函數 $f(x)=\tan(\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi}{6})$，則 (A) $f(2)<f(0)<f(\frac{1}{2})$ (B) $f(2)<f(\frac{1}{2})<f(0)$ (C) $f(\frac{1}{2})<f(0)<f(2)$ (D) $f(0)<f(\frac{1}{2})<f(2)$ (5分)	(2005年)10. $f(x)=3\sin^2x+4\sqrt{3}\,\sin x\cos x-\cos^2x$, (x為實數)$f(x)$的最大值為A, 最小值為B, 則A+B=____. (7分)
立體幾何	平面及立體幾何	(2005年)9. 如上圖, 四棱錐P-ABCD的底面ABCD是矩形,且AB=2,BC=$\sqrt{2}$.側面PAB是等邊三角形，且側面PAB與底面ABCD垂直.  (i)證明側面PBC與側面PAB垂直.(4分) (ii)求側棱PC與底面ABCD所成角的大小(6分) (iii)設平面PAB與平面 PCD所成的二面角是α，求sinα.(6分)	(2005年)(23)如圖，在三棱錐P-ABC中，側面PAC是正三角形，AB是PA與BC的公垂線段，且AB=BC，求二面角A-PB-C的大小.(14分) 	(2005年)5.設P為線段AB上的一點，且AP:PB=PB:AB(此時稱P為黃金分割點), 若AP=2 則PB=______.(7分)
解析幾何	解析幾何	(2005年)11.(a)設l_1:y=3x+c為一直線，且橢圓 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$上有兩個不同點P($x_1$, y_1)及Q(x_2, y_2) 關於 l_1對稱. 設l_2: y=mx+d為通過P及Q的直線. (i)求m值.(2分) (ii)以d分別表 x_1+x_2及 y_1+y_2，並求d的取值範圍.(6分) (iii)考慮P及Q的中點,求c的取值範圍. (3分) (b)設點A(h,k)為橢圓 E:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 上一點.證明橢圓E在點A的切線為L：$\frac{hx}{a^2}+\frac{ky}{b^2}=1$ [提示：利用 $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=0$ 當且僅當x=h及 y=k,證明橢圓E與直線L只有一交點.] (5 分)	(2005年)(11)設雙曲線 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的右准線與兩條漸近線的交點分別為E和G，右焦點為F，且△EFG是正三角形，則雙曲線的離心率為 (A) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (B)$\sqrt{3}$ (C) 2 (D)$\sqrt{5}$ (5分)	(2005年)9. $9x^2+4y^2-36x-24y+56=0$為一橢圓，P為其上一點,F,F'為該橢圓之二焦點,則P至二焦點的距離和PF+PF'=____.(7分) 2.設P為等軸雙曲線 $x^2-y^2=1$上一點，F，F'為二焦點,0為其中心，證明： PF·PF'=P0². (10分)
	向量		(2005年)(15)設平面向量**a**=(2,-1),**b**=(2,3),實數λ使(**a**+λ**b**)⊥**a**,則λ的值為_____.(4分)	
積微分	基本微積分 曲線的描繪	(2005年)10.(a)曲線C:y=x^3+1在點(-1,0)的切線與曲線C有另一交點.求由曲線C與上述切線所包圍的區域之面積.(10分) (b)設$f(x)$為多項式,其次數n≥2.證明$(x-a)^2$可整除$f(x)$當且僅當 $f(a)=0$ 及$f'(a)=0$.(6分)	(2005年)(7) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx=$ (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 (5分)	
概率與統計	概率	(2005年)3.平面上有9 點, 其中恰有4 點共線,此外並無3 點共線. (i) 若隨機從中選出3 點,問這3 點不能共線的概率是多少?(3分) (ii) 若把每兩點都連一直線,問共有多少條不同的直線?(4分)	(2005年)(17)用5個彼此不等的實數,構成數列a_1, a_2, a_3, a_4, a_5,要求$a_1<a_2<a_3$且$a_3>a_4>a_5$,則滿足要求的不同數列最多有_______個. (4分)	(2005年)3.設投擲n個骰子,出現奇數個1的或然率(機率)為P_n,證明： $P_n=\frac{1}{2}-\frac{2^{n-1}}{3^n}$.(10分)