

關於中學數學 建模教學的幾點意見

文·陳家良

一、數學建模教學在中學階段未能充分開展

綜觀數學發展史可以發現，以形式演繹為特徵的純粹數學和以建立模型為特徵的應用數學，總是互相交織前行：一方面，純粹數學的新發展往往為現實問題提供了強而有力的解決工具，使數學模型大放異彩；另一方面，新湧現的實際問題又呼喚著純粹數學的不斷創新，產生新的理論知識。從這個角度看，數學就是數學模型的理論知識及實際應用的總和。再說白一點，數學模型是數學本身的重要組成部分。

作為數學教育工作者，我們不僅強調數學的邏輯推理方面，也應重視數學的應用方面。這就要求我們在數學的基礎教育層面要適當開展數學建模的教學工作。

然而，在澳門的數學基礎教學中，數學建模是一塊乏人問津的土壤：教師認為難教，學生公認難學。放開來看，“數學建模”不只在澳門受冷

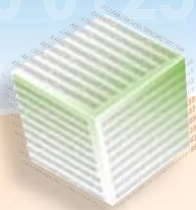
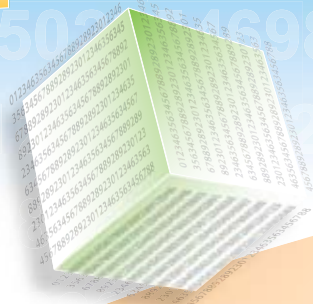
遇，在其他地方之基礎教育階段同樣未能廣泛開展。所有的建模課程和建模比賽基本上只集中在高等教育層面，而中學階段則冷冷清清。

筆者認為，“數學建模”之所以難教難學，根本原因在於它對學生提出了較高的綜合要求：分清變量之間的關係、熟練掌握數學語言、對問題的解答有周詳及完整的佈局等等。一句話：單純的數學理論知識已經難學，數學建模是更高層次的的能力要求，因而令學生困而拒之；學生怕學厭學，教師自然也就怕教厭教。

二、開展數學建模教學的好處

只要我們認真分析一下，成功的數學建模能提高學生對數學的興趣、提高學生的數學學習效果，有著顯著的積極影響，理由如下：

- 1) 讓學生對“數學的用處”有一個感性的認識。
大多數學生都有這樣一種想法：除了加減乘除



外，絕大多數的數學知識僅僅是鍛煉腦筋的思維體操，在日常生活當中並無多大用處。意識上認為“數學無用”，情感上或多或少會產生厭惡或排斥數學之情緒，久而久之即會影響學習效果。成功的數學建模教學可以讓學生親手運用數學知識解決實際問題，使他們看到數學可以為生活帶來方便甚至改變，從而提高對數學之興趣。

例如在講授指數函數時，筆者必定推行“複利計算”的教學：讓學生搜集澳門各銀行的各種存款利率，結合指數函數，通過計算來比較各存款方案之優劣。由於存款利息問題與學生密切相關，在學習過程中，他們都表現出極大的熱情，效果比其他章節為好。

2) 有效提高學生對數學語言的掌握。眾所周知，數學的學科難點在於艱澀的數學符號和抽象的邏輯思維。數學建模教學對兩者都有裨益。所謂建模就是指建立數學模型去求解問題，而數學符號的運用貫串於整個建模過程：首先以數學符號指代問題的各項東西，然後再添加符號說明各項東西之關係，爾後對數學符號進行運算直至求出答案。在上述過程中，符號之選定及關係定義均由建模者自主，並非如一般題目那樣預先給定。這樣的訓練如能長期進行，必能增加學生對數學符號之理性認識。

如筆者在對部分學生選講“博弈論”時，由於內容龐雜，數學符號相當多，而且大多為中學課本所沒有，所以開始學習時，學生之進度極慢。後來筆者改變教法，不再作課堂講例，而要求學生去改寫“博弈論”之經典例

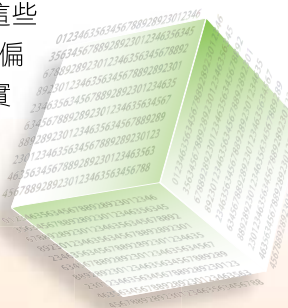
子，然後上台演繹。由其演講水平看來，學生對博弈論的認識顯然更為深刻。

3) 因為建模要運用較多的數學工具，這就有利於鞏固學生的總體數學知識。好的建模題目，往往需要幾種數學工具聯合使用才能解決問題。因此在解題時，就要求學生必須對要用之數學工具作回顧及更新，如此多次使用，就能起一種螺旋式的學習效果，達到溫故而深化的理想效果。一條建模題目如此，累積眾多不同類型的建模題目，這種螺旋式的學習效果就會更明顯，從而大大提高學生對基礎數學的全面掌握。

三、在中學階段開展數學建模的幾點心得

鑒於數學建模教學有以上好處，筆者一直重視開展此項教學活動，並累積了一些心得體會，在此試與大家分享。

1) 在數學建模教學過程中，教師最好能向學生提供範文。這一點和大學的教學有顯著的分別。面對大學生，教師只需將數學建模必要的步驟和過程講解清楚即可；但面對中學生則不然，後者無論在思維能力和數學素養兩方面均比前者遜色許多，說白了就是模仿能力大於創新能力，亦即需要更多的輔導。而範文最好是教師本人撰寫的或是同學撰寫的，這樣範文的“親和力”更大，輔導效果也將更好。最忌將大學的範文未經修改呈給中學生，因為這些範文脫離中學程度較遠，參考價值偏低。有了範文，教師的講解會具體實在，學生對數學建模的理解也直觀清晰。





2) 在建模選材方面應該盡量貼近生活。說白了，就是從小處著手，從容易的問題出發。數學建模當然可以解決艱深的問題，但那更多是大學生意，甚至是數學家的事情。作為剛剛起步的中學生，我們的要求不能太高，這一點在教學當中教師應該自始至終牢記。

以筆者的經驗，選題時可由學生自定，但教師必須心中有數：設想好一些題目供學生參考。多年來，筆者所設的題目均圍繞生活而設：什麼利息問題、貸款問題、零用錢規劃問題、船票定價問題、學生身高問題、學生的體檢安排問題等等。經驗說明，中學生對這類淺顯的問題最感興趣，也最容易操作。


此外，除了新設題目外，也可以鼓勵學生對一些經典題目進行改造，尤其是涉及較為高深數學知識的建模問題。我們應該知道，有意義的改造，本身就是一種創新。例如在講授“博奕論”和矩陣的應用時，鑒於這兩部分知識對學生的數學要求大，不易創新，筆者轉為要求學生對有關的經典例子加以改造。實踐證明，這樣的安排對提高學生對知識的掌握有不錯的效果。

3) 要容許學生建模結果的不完善。中學生限於能力，在建模過程中必然會犯下一些錯誤：或設立條件過於簡單，或選用方法不當，或計算過程有偏差等等，從而導致結果未如理想。這是完全可以理解的事情。須知大數學家做出來的模型有時未必很有說服力，所以中學

生做出來的模型過於簡陋就不足為奇了。教師明白這一點，不對建模結果苛求，多對學生在建模中的“小發明”或“小發展”作出適時的表揚，可以提高建模之教學效果。

筆者的經驗是，一旦建模出現阻滯，如果條件許可的話，教師可以和學生展開分析，找出問題所在，從頭開始再做一次，然後比較兩次的過程，從而提高學生處理問題的水平。如果條件不具備（通常受制於學生的數學水平），教師可將結果保留，並鼓勵學生以此為起點，日後再作進一步研究。

結語

筆者認為：限於時間不足和要求較高，數學建模未必適合進入正規課堂，也未必適合面向所有學生，但這種教學方式對於提高部分學生的數學素養和應用數學之能力有著極大的作用，值得教師們去認真探究。
(作者為澳門坊眾學校教師)

