

$$d = \frac{m}{V}$$

$$n = \frac{m}{M}$$

讓學生掌握自然科學中的數學解題方法

文 | 阮邦球 劉靜文

閱讀、書寫和數學運算是學生學習的基礎。這三種學習基礎對自然科學的教與學產生了關鍵的作用，而自然科學的學習，既培養學生的科學知識、科學方法和科學精神，亦陶冶學生的思考能力和解決問題能力。

數學既是科學語言，亦是解決計算問題的工具。數學教育大師波利亞（George Polya）在《怎樣解題》一書中，為讀者提供了數學解題的四個步驟，包括瞭解問題、擬定計劃、執行計劃和驗算與回顧。基本上，現存各種各樣的數學解題方法與上述步驟相似或從中演變而成。筆者嘗試在本文與讀者分享，在自然科學中，如何運用程序式的流程進行數學解題。

一、從問題開始

解決問題是從問題開始。在課堂的教與學方面，運用問題導入是常見的方式。在教與學方面，自然科學的數學習題為學生提供了實例，對幫助學生解決日常生活的實際問題大有裨益。

二、學生常見的錯漏

在解題上，三項常見的錯漏困擾著學生，第一是未能理解問題的實質內容並整理出有用的訊息；第二是缺乏對自然科學基礎知識的認識；第

三是缺乏數學解題技巧和方法。

三、解決計算問題的流程圖

因應學生遺漏和錯失，筆者整理出相應的七步流程去解決計算問題。在解題過程中，冀提點學生的思考方式，讓學生掌握數學解題方法，提升整體性的解題能力。

(a) 審理題目→(b) 確定知識點→(c) 建立關係式→(d) 綜合思考→(e) 推導運算→(f) 求解答案→(g) 回顧題目

圖1：解決計算問題的流程圖

四、自然科學的數學解題實例

在一個氣罐內，承載著純淨的氧氣，內部壓力是1.00大氣壓（atm），求氧氣在298開爾文（K）時的密度。已知氣體常數 = 0.0821 大氣壓·升·摩爾⁻¹·開⁻¹（atm·L·mol⁻¹·K⁻¹）；氧的分子量 = 32.0克·摩爾⁻¹（g·mol⁻¹）。

解題流程：

(a) 審理題目：整理訊息，明確已知條件和未知答案。

$$d = \frac{PM}{RT}$$

$$PV = nRT$$

$$d = \frac{m}{V}$$

已知條件	未知答案
氧氣、壓力、溫度	氣體密度

(b) 確定知識點：尋覓相關的基本概念和基本原理。

基礎知識點	基本概念 / 基本原理
氧氣	氣體、分子
壓力、溫度	氣體方程式
密度	密度的定義式

(c) 建立關係式：因應基礎概念和基本原理，將相關參數符號化，確認相對應的計算公式。

基本概念 / 基本原理	理想氣體方程式	氣體密度
基礎知識點	壓力 (P)、溫度 (T)	密度 (d)
相關參數關係式	體積 (V)、摩爾 (n)、氣體常數 (R)	質量 (m)、體積 (V)
計算公式	$PV = nRT$	$d = \frac{m}{V}$

(d) 綜合思考：分析已知條件的各種參數，建立與未知答案之間的聯繫，綜合各種關係，掌握關鍵之處。

匯合點的參數關係式	計算公式
摩爾數 = 質量 / 化學式量	$n = \frac{m}{M}$

在知識點和計算公式間進行匯合，建立解題方案。

已知條件 / 計算公式	匯合	未知答案 / 計算公式
$PV = nRT$	$n = \frac{m}{M}$	$d = \frac{m}{V}$

(e) 推導運算：根據綜合思考所得的各類關係式，進行推導，整理出已知條件和未知答案間的參數關係式。

$$PV = nRT \dots\dots\dots \text{式 (1)}$$

$$n = \frac{m}{M} \dots\dots\dots \text{式 (2)}$$

$$d = \frac{m}{V} \dots\dots\dots \text{式 (3)}$$

用式 (2) 代入式 (1) 中：

$$PV = \frac{mRT}{M}$$

推導：

$$PM = \frac{mRT}{V}$$

$$PV = nRT$$

$$d = \frac{PM}{RT}$$

$$d = \frac{m}{V}$$

$$\frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \dots\dots\dots \text{式(4)}$$

以式(3)代入式(4)中，得：

$$d = \frac{PM}{RT} \dots\dots\dots \text{式(5)}$$

(f) 求解答案：將已知數值代入推導式中，求得答案。

已知條件 / 未知答案	數值	單位
氧氣的分子量	32.0	g.mol ⁻¹
壓力	1.00	atm
溫度	298	K
氣體常數	0.0821	atm.L.mol ⁻¹ .K ⁻¹
氣體密度	d	g.L ⁻¹

將所有參數數值代入式(5)

$$d = \frac{PM}{RT} \dots\dots\dots \text{式(5)}$$

$$= \frac{(1.00\text{atm})(32.0\text{g.mol}^{-1})}{(0.0821\text{atm.L.mol}^{-1}.\text{K}^{-1})(298\text{K})} = 1.31 \text{ g.L}^{-1}$$

(g) 回顧題目：求得題目的解以後，檢查答案的數值和單位，確認問題與答案的對應性。

假設條件	已知條件	求解	答案	
			數值	單位
理想氣體	氧氣、壓力、溫度	氧氣密度	1.31	g.L ⁻¹

答案：在理想氣體狀態時，所求氧氣的密度是 1.31 g.L⁻¹。

五、結語

高水平的學習包括知識、方法和態度三個維度，三者互相依附成一個整體。解決問題需要整體性的能力，審題需要掌握語言、閱讀和理解；自然科學需要基礎知識和技能；解題需要方法；而面對問題需要態度。

教師在傳道和授業方面，不但指導學生“魚”的知識，而且傳授學生“漁”的方法，更重要的是：讓學生同時享受得“魚”與“漁”之樂。在解題時，教師應鼓勵學生勇於嘗試，敢於從不同角度思考，運用不同方法；更重要的是讓學生知道，求答案過程與答案同樣重要。

阮邦球

現職澳門大學科技學院化學講師，澳門保安部隊高等學校化學和爆炸品等課程導師，澳門化學會會長。美國明尼蘇達大學 (University of Minnesota) 哲學博士，專長無機化學、金屬有機化學和科學教育，研究方向包括稀土化學、科技教育、高等教育、非高等教育、課程與教學等領域。

劉靜文

澳門科技大學行政管理學院助理教授。英國 University of Durham 教育博士，具有豐富的教學、行政管理和指導學生實施研究項目的經驗。研究方向包括高等教育、比較教育、教育行政、教育政策、組織行為和商業管理等領域。