如何幫助數學弱科生學好數學

文｜魏澤夫

在數學教學中，我們常常會遇到學習困難的學生（以下簡稱弱科生），對這些學生的轉化是每一個數學教師面臨的重要課題，為了提高教學的效能，本文探討如何幫助弱科生學好數學。

一、出現弱科生的成因分析

現代教育理論認為：學習過程是一種認識過程，學生如果能在這個過程中，從原有的知識結構中提取到有效的舊知識來吸納新知識，則新舊知識就會在頭腦中發生積極的相互作用，促使原有知識結構不斷分化和重新組合，從而獲得新知識。但是這個過程並非總是一次就能成功的。一方面，如果教師不考慮學生的實際情況或未能察覺到學生的思維困難之處，缺少師生之間的互動交流，採取單純講授式的教學，則學生獨立解決問題時就會感到無所適從。當新的知識與學生原有的知識結構不相符時，或者新舊知識中間缺乏必要的媒介點時，這些新知識就會被排斥或經校正後吸收。因此，如果教師的教學脫離學生的實際，就會造成學生學習數學的困難，表現為對所學知識認知上的不足、理解上的偏差，從而在解決具體問題時就會產生思維障礙，影響學生解題能力的提高；另一方面，如果學生沒有養成良好的學習習慣，缺乏學習的動力和頑強的毅力，不善於分析、總結新舊知識之間的聯繫，不重視學習方法；上課時沒能專心聽課，認真思考，只是機械模仿，死記硬背，課後又沒能及時地進行整理總結，結果對概念、法則、公式、定理就不可能達到真正的理解，這樣也會造成數學學習的困難。

二、課堂教學中對弱科生的指導策略

1. 創設良好的課堂環境

心理學的研究表明：興趣和愛好都是以情感為基礎的心理因素。因此，教師如果能主動創設一個平等、愉快、互幫互助的學習環境，就會激發學生的學習興趣，濠江中學夏燕平老師在《有理數的加減法混合運算》一課，首先用“你還記得嗎？”的幻燈片提出問題，引導學生回憶有理數的加減法法則和運算律。這種提問的方式親切自然，體現了教師對學生的期待和鼓勵，因此學生樂於接受並願意參與新知識的學習。

2. 堅持以學生為主體的原則

弱科生由於對學習缺少興趣，對自己的期望值不高，因此學習的主動性和自覺性都不夠，

思維處於被動接受狀態。所以教師應通過改變教學方式來培養學生的主體意識，靈活使用多種教學策略和教學手段，使學生的思維真正活動起來。教業中學何錫標老師在《等腰三角形的判定》一課，提出一道練習題：把一張矩形的紙沿對角線折疊，重合部分一定是等腰三角形嗎？教師鼓勵學生獨立思考並發表自己的見解，通過學生之間、師生之間的討論，使學生明確了重合部分一定是一個等腰三角形。在這個教學環節中，教師引導學生主動學習，大膽發表自己的見解，儘管有些見解並不正確，但是通過討論明白了正確的結論和方法，達到了鞏固知識，提高能力的目的。

3. 適當調整教學要求

弱科生的特徵是理解問題比較緩慢，學習的效果比較低，但是教師不應該因此就降低了對這些學生的教學要求，將教學目標定為：理解、識記、領會、簡單應用。這很難使弱科生真正達到轉化的目的，也不利於他們的發展。教師應該為他們制訂適度的目標。例如在《三元均值不等式》一課，課本中對於定理：若 $a, b, c \in R^+$，則 $a^3+b^3+c^3 \geq 3abc$，（當且僅當 $a=b=c$ 時等號成立）給出的證明方法要學生接受有一定的困難。教師應考慮是否可以用其他方法證明：

思路1. 注意到左右兩端的特點，可將原式左端添加一項構成兩組正數之和；

思路2. 注意等號成立的條件，可以在 $a=b$ 條件下因式分解，探求因式的結構，此時 $a^3+b^3+c^3-3abc=2a^3+c^3-3a^2c=2a^2(a-c)-c(a^2-c^2)=(a-c)^2(2a+c)=(a-c)^2(a+b+c)$，

由此猜測 $a^3+b^3+c^3-3abc$ 一定含有公因式 $(a+b+c)$，得到證法：

思路3. 視字母 a 為變數，則問題轉化為函數的最小值，注意到等號取得的條件 $a=b=c$ 相當於 $a=\sqrt{bc}$，由此得到新的證法：

證法１：依題 $a^3+b^3+c^3+abc=(a^3+b^3)+(c^3+abc) \geq 2\sqrt{a^3b^3}+2\sqrt{abc^4} \geq 2\sqrt{4\sqrt{a^4b^4c^4}}=4abc$，

$\therefore\ a^3+b^3+c^3+abc \geq 4abc$，$\therefore\ a^3+b^3+c^3 \geq 3abc$

（當且僅當 $a=b=c$ 時等號成立）。

證法２：依題 $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$$=\frac{a+b+c}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right] \geq 0$$

$\therefore\ a^3+b^3+c^3 \geq 3abc$（當且僅當 $a=b=c$ 時等號成立）。

證法３：設 $f(x)=x^3-3bcx+b^3+c^3\ (x>0)$，分別證明 $f(x)$ 在區間 $(0, \sqrt{bc})$ 上是減函數。在區間 $(\sqrt{bc}, +\infty)$ 上是增函數（證明過程從略）$\therefore f(x)$ 在 $x=\sqrt{bc}$ 時取到最小值。

$\because\ f(\sqrt{bc})=bc\sqrt{bc}-3bc\sqrt{bc}+b^3+c^3$

$=b^3+c^3-2bc\sqrt{bc}=(b\sqrt{b}-c\sqrt{c})^2 \geq 0$，

$\therefore\ x^3-3bcx+b^3+c^3 \geq 0$ 對任意 $x \in R^+$ 恆成立。

$\therefore$ 若 $a, b, c \in R^+$，則 $a^3+b^3+c^3 \geq 3abc$（當且僅當 $a=b=c$ 時等號成立）。

4. 合理安排教學內容

由於弱科生的知識結構往往是不完整的，因此教師在講授新知識之前，要及時進行復習，使新舊知識之間建立聯繫。在講課過程中，也應該適時復習已學知識，使之起到新知識與原認知結構的仲介作用，通過納入新知識，構建起新的認知結構。教業中學文智和老師在《圓的內接四邊形》一課，首先復習圓內接三角形的概念，然後提出如何定義圓內接四邊形的概念，運用類比的方法引入了新概念。為了使學生能發現圓內接四邊形的性質，教師在引導學生復述圓周

角定理之後指出：這個定理貫通了圓周角、圓心角、圓周角所對的弧三者之間的關係，它提示我們在解決問題時可以進行轉換。教師在引導學生研究圓內接四邊形的性質時又指出：圓內接四邊形的每一個內角都是圓周角，由此能得到圓內接四邊形內角的什麼性質呢？通過這樣的引導，使學生聯想起前面復習的知識與方法，發現圓內接四邊形的對角互補。

5. 對弱科生及時進行評估

造成弱科生學習困難，某程度上是由教育缺陷累積而成的，因此教師要及時了解這些學生的學習情況、評估它們的學習情況和學習行為。一般可以通過觀察、提問、交談、練習等形式進行了解，並根據了解到的情況作出客觀評估，對知識的缺陷予以彌補，矯正不良的學習行為；要關注弱科生的成績變化，對他們取得的成績及時鼓勵，增強學生學習的信心。同時針對學生的實際情況，要及時對教學內容、教學目標、教學方法作出調整。

觀課發現：很多教師採取了從特例入手的方法引入新課。例如教業中學端木崢嶸老師在《同類項》一課，先讓學生寫出幾個具體的單項式和多項式，然後再敘述這兩個概念的含義，取得了很好的效果；陳建榮老師在《畢氏定理的逆定理》一課，首先寫出練習題：1.在ΔABC中，若$\angle C=90^\circ$，$a=3$，$b=4$，則$c=$____. 2. 在ΔABC中，若$a=6$，$b=8$，$c=10$，則$\angle C=$___.通過這種方式為進一步研究定理的應用奠定了基礎。

二、對弱科生的個別指導策略

對於弱科生來說，已學知識的漏洞和一些重要能力的缺乏使他們無法高效地組織自己的學習活動，因此教師應該有針對性地面對弱科生的特點，分別給與指導，具體可採取以下策略：

1. 計算能力的培養

運算的準確性是大多弱科生的問題所在，對此可分為兩個步驟進行：

（1）通過解答一些比較簡單的題目，指導學生理解運算法則與運算律；

（2）在解答一些比較複雜的題目時，要求學生規範寫出每一步的運算過程。

2. 記憶能力的培養

對於沒有養成良好記憶習慣的學生可採取：（1）要求背誦、默寫一些重要的定理、公式、運算法則，同時結合練習加以鞏固；（2）教師可提問：a.上節課學習的主要內容是什麼？b.本節課學習的主要內容是什麼？開始可以允許學生看課本和筆記，逐步過渡到獨立回答；c. 把常用知識記在卡片上，經常翻閱，達到準確記憶的目的；d. 及時歸納整理所學的知識與方法，形成知識網路。

3. 思維能力的培養

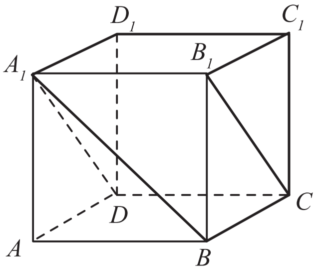
（1）從學生的最近發展區入手設計教學程式

濠江中學曾萬春老師在《直線與平面所成的角》一課，設計了梯度合理的例題：已知：如圖，正方體$ABCD—A_1B_1C_1D_1$ a. 求直線A_1B與平面$ABCD$所成的角；b. 求直線A_1B與平面A_1B_1CD所成角，然後提出練習題，判斷下面的說法是否正確：a.若兩條直線和一個平面所成的角相等，則這兩條直線一定平行；b.兩條相交直線與一個平面所成的角一定不相等。通過這樣的教學處理，充分照顧到弱科生的學習水準，有利於各個層次的學生都有學習收穫。

（2）進行思維定勢訓練

解題規律可以認為是一種思維定勢。因此，教師應該通過解題引導學生總結提煉規律，並通

過訓練使學生形成思維定勢，這將有助於學生掌握基本方法。例如當遇有兩個或三個正數的和與積時，應優先考慮均值不等式；遇有兩圓相交時，常連接兩圓公共弦；證明函數單調性時要按照：取值、作差、定號三步去作；用三角函數誘導公式求值時一般要按照：負化正、大化小、最終化為銳角的步驟去做，等等。



（3）適時組織變式訓練

在思維定勢訓練的基礎上適時組織變式訓練有助於培養弱科生的解題能力，例如：

函數 $f(x)=\dfrac{2x}{2+x^2}$ 的值域是（A）$\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$

（B）$\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$ （C）$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$（D）$[-2,2]$.

教師先給出一種解法：$\because\ 2+x^2\geq 2\sqrt{2x^2}=2\sqrt{2}|x|\geq 2\sqrt{2}x$，$\therefore\ \dfrac{2x}{2+x^2}\leq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，觀察四個選項可知（A）對，然後提出：如果這道題改為填充題怎麼解呢？啟發學生觀察題目特點，得到：

解法 1. $\because\ 2+x^2\geq 2\sqrt{2x^2}=2\sqrt{2}|x|$， $\therefore\ |f(x)|=\dfrac{2|x|}{2+x^2}\leq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，易知 $f(x)$ 是奇函數，

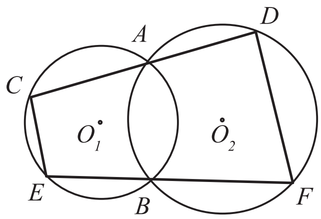
$\therefore\ f(x)$ 的值域是 $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

解法 2. 設 $y=f(x)$，則 $y(2+x^2)=2x$，$\therefore\ yx^2-2x+2y=0$，當 $y\neq 0$ 時，此方程必有實根，故 $\Delta=(-2)^2-4\times 2y^2\geq 0$，$\therefore -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\leq y\leq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，而當 $x=0$ 時，$y=0$，$\therefore\ f(x)$的值域是 $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

（4）及時進行反思，培養反思能力

提高弱科生的一個有效方法就是引導學生及時進行反思。在課堂教學中，可以通過課堂小結，讓學生進行反思交流，以加深對知識與方法的理解，完善認知結構。例如濠江中學李守球老師在《無理不等式的解法》一課，引導學生對全課作了總結：a. 思路：將無理不等式化為有理不等式；b. 方法：對不等式兩邊平方；c. 注意原不等式的隱含條件。

在解題之後一般要從以下幾個方面反思：本題要解決的目標是什麼？結果合理嗎？還有其他解法嗎？能否推廣為一般的情形？例如教業中學吳雪玲老師在《圓的內接四邊形》一課，課本中例題（如圖，圓 O_1 與圓 O_2 交於 A, B 兩點，經過點 A 的直線與兩圓分別交於 C, D 兩點，經過點 B 的直線與兩圓分別交於 E, F 兩點。求證：$CE \parallel DF$）只給出了一種解法，即證明同旁內角互補，經過深入思考之後，在教學中提出：想一想，能否通過證明同位角相等或者內錯角相等來證出這道題？學生在教師的啟發下，很快發現可以證明。教師通過展示思維過程，交流不同證法，使學生加深了對圓內接四邊形性質的理解。



（5）進行糾錯訓練，揭示思維過程

當發現學生出現解題錯誤時，教師應該認真分析原因，糾正錯誤。同時教師也可以用故意出現錯誤的方法，訓練學生的監控能力，以提高學生嚴謹、細緻的解題意識。例如在《對數不等式的解法》一課，可提出例題：解不等式：$\lg(x+2)<\lg(x+6)-\lg x$，教師給出下面兩種解法：

解法1：

整理得 $\lg(x+2)<\lg\frac{x+6}{x}$，$\therefore x+2<\frac{x+6}{x}$，

$\therefore x+2-\frac{x+6}{x}<0$，$\therefore\frac{x^2+x-6}{x}<0$，$\therefore\frac{(x+3)(x-2)}{x}<0$，解得 $x<-3$ 或 $0<x<2$，∴原不等式的解集為 $(-\infty,-3)\cup(0,2)$

解法2：整理得 $\lg(x+2)+\lg x<\lg(x+6)$，

$\therefore\ \lg(x^2+2x)<\lg(x+6)$，$\therefore\ x^2+2x<x+6$，即 $x^2+x-6<0$，解得 $-3<x<2$，∴原不等式的解集為 $(-3，2)$。然後讓學生討論這兩種解法是否正確？明確出現錯誤的原因，並寫出正確解法：

解：整理得 $\lg(x+2)+\lg x<\lg(x+6)$，

$\therefore\ \lg(x^2+2x)<\lg(x+6)$，

$\therefore\ x^2+2x<x+6$，即 $x^2+x-6<0$，解得$-3<x<2$，

由對數的意義可知，必須有 $x>0$，∴原不等式的解集為 $(0，2)$。

4. 要重視數學思想方法的教學

數學思想方法是數學學習的指導思想和普遍適用的方法，因此，教師可結合教學內容，精心設計問題情境，引導學生領會蘊涵在數學知識中的數學思想方法，使學生在學習中達到理解和掌握，逐步提高學生的思維品質。例如在《函數的最值》一課，教師可提出例題：設$x^2+y^2=25$，求 $u=x+y$ 的最大值，通過師生之間的研討交流，得到以下幾種解法：

解法1：$\because\ u^2=(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=25+2|xy|\leq 25+x^2+y^2=50$，

$\therefore|u|\leq5\sqrt{2}$，∴當 $x=y=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 時，u 取到最大值 $5\sqrt{2}$ 。

解法2：設 $x=5\sin\alpha$ ，$y=5\cos\alpha$ ，則 $u=x+y=5\sin\alpha+5\cos\alpha=5\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$，

$\therefore|u|\leq5\sqrt{2}$，∴當$\alpha=2k\pi+\frac{\pi}{4}$，$k\in Z$，即$x=y=\frac{5\sqrt{2}}{2}$時，$u$ 取到最大值$5\sqrt{2}$ 。

解法3：依題可得 $25-x^2=y^2=(u-x)^2=u^2-2ux+x^2$，$\therefore\ 2x^2-2ux+u^2-25=0$，

依題，關於 x 的二次方程必有實根，

$\therefore\ \Delta=(-2u)^2-8(u^2-25)\geq0$，解得 $-5\sqrt{2}\leq u\leq5\sqrt{2}$，∴當 $x=y=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ 時，u 取到最大值$5\sqrt{2}$ 。

5. 要注重知識的發生過程展示

充分揭示數學知識的發生過程，可以激發學生的學習興趣，提高思維能力。教業中學陳建榮老師在《平行四邊形的判定》一課，首先提出了一個作圖題：畫一個四邊形 $ABCD$，滿足$AB\parallel CD$，且$AB=CD$ 。當學生畫出四邊形之後，教師提出：這個四邊形有什麼特點？學生發現好像是一個平行四邊形。教師由此提出猜測：有一組對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形，並引導學生用不同的方法進行證明，從而得到了平行四邊形的判定定理。在這個教學環節中，教師引導學生真實經歷了“直觀感受——提出猜想——嚴格論證”的思維過程。

綜括，我們從數學教學的角度分析探討了如何幫助數學弱科生學好數學，並提出一些指導策略，雖然弱科生的出現是由多種原因構成，但只要我們堅持以學生為主體，關注弱科生這一特殊的群體，精心設計教學情境，充分揭示思維活動過程，設法提高弱科生的學習積極性，就一定能夠幫助弱科生儘快走向成功之路！

魏澤夫

吉林省中學特級教師，原任教於吉林省吉林市第一高級中學，2008至2011學年任職於教育暨青年局，曾參與濠江中學和教業中學的教學革新工作。